

MathEasy - So schaffst du es Schritt für Schritt zum Mathematikabitur

~Leseprobe~

Meike Iwanek

MathEasy - So schaffst du es Schritt für Schritt zum Mathematikabitur

~Leseprobe~

Meike Iwanek



Leanpub

Dies ist ein Leanpub-Buch. Leanpub bietet Autoren und Verlagen, mit Hilfe von Lean-Publishing, neue Möglichkeiten des Publizierens. Lean Publishing bedeutet die wiederholte Veröffentlichung neuer Beta-Versionen eines eBooks unter der Zuhilfenahme schlanker Werkzeuge. Das Feedback der Erstleser hilft dem Autor bei der Finalisierung und der anschließenden Vermarktung des Buches. Lean Publishing unterstützt den Autor darin ein Buch zu schreiben, das auch gelesen wird.

© 2018 - 2019 Meike Iwanek

Ebenfalls von Meike Iwanek

MathEasy - So schaffst du es Schritt für Schritt zum Mathematikabitur

MathEasy- So verstehst du die Grundlagen der Mathematik 1

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	1
Warum habe ich dieses Buch geschrieben?	1
Copyright	2
Danksagung	2
2. Auflage	2
3. Auflage	3
Ableitungen	5
Grundlagen	5
Bestellmöglichkeiten	21

Vorwort

Es freut mich sehr, dass du dich mit mir auf dein Mathematikabitur vorbereiten möchtest. Ich zeige dir alle Themen, die du für den Pflichtteil benötigst und generell auch die Grundlagen für dein Matheabi.

So kannst du ganz relaxt dein Abi schreiben.

Unser Weg zum Abi führt uns zuerst durch die Ableitungen, dann über die Stammfunktionen zu den Gleichungen und danach zum großen Kapitel der Kurvendiskussion und allem, was dazu gehört. Auch habe ich ein Kapitel den "Aussagen zu Schaubildern" gewidmet, da hiermit meiner Erfahrung nach die meisten Schüler Probleme haben. Wenn du das geschafft hast, verlassen wir die Analysis und gehen weiter auf dem Weg der analytischen Geometrie. Kurz vor dem Gipfel gehen wir dann noch ein Stück Weg mit der Wahrscheinlichkeit und dann bist du angekommen und kannst dein Matheabi mit Bravour bestehen.

Du kannst das Buch Kapitel für Kapitel durcharbeiten oder in den Themen springen und erst das bearbeiten, was dir z.B. leicht fällt oder das, was du zur Zeit im Unterricht behandelst.

Warum habe ich dieses Buch geschrieben?

Seit über 10 Jahren gebe ich schon Mathenachhilfe und sehe oft die schwer verständlichen Mathematik Lehrwerke, Abhandlungen und Beschreibungen darin. Dort stehen meist komplizierte Herleitungen und sehr mathematische Erklärungen. In meiner Nachhilfe erkläre ich die Aufgaben und Themen so, dass es auch schwächere Schüler verstehen können. Auch gebe ich ihnen oft "Kochrezepte" an die Hand. Denn sind wir mal ehrlich, die wenigsten Schüler benötigen die Mathematikthemen, die im Abitur abgefragt werden, im weiteren Leben - sie wollen einfach nur durchkommen und sich durch das Fach Mathematik nicht den Durchschnitt "versauen".

Genau das habe ich auch als Unterstützung für die Leser dieses Buches bezweckt. Es sind einfache Erklärungen, die für die Schüler erlernbar und nachvollziehbar sind. Ich habe es so erklärt, wie ich es auch in der Nachhilfe erkläre - im lockeren Stil. An den Stellen wo Fachbegriffe nötig sind, habe ich sie eingeführt, damit die Schüler sie auch im Abitur richtig verwenden.

Mein Ziel ist es, dass die Schüler gut und mit einem sicheren Gefühl ins Mathematik Abitur gehen.



Übungsaufgaben

Hier findest du die Übungsaufgaben.



Tipps&Tricks

Hier findest du nützliche Tipps und Hinweise.



Vorgehensweise

Hier findest du die Vorgehensweise.

Solltest du Fehler in den Erklärungen, Aufgaben oder Lösungen finden, freue ich mich sehr, wenn du mir unter nachhilfe@mathsparks.de schreibst. Ich habe sehr darauf geachtet, dass alles stimmt, aber der Fehlerteufel kann jederzeit zuschlagen. Auch wenn meine Erklärungen dir nicht ausreichen oder du andere Fragen zu Mathe hast, freue ich mich, wenn du mir schreibst: nachhilfe@mathsparks.de.

Ich habe lange recherchiert und überlegt, mit welchem Tool ich mein Buch schreiben soll. Meine PDFs erstelle ich mit LaTeX, aber für Amazon benötige ich ein ePub-Format und das kann LaTeX nicht. Daher fiel meine Wahl schließlich auf Leanpub. Einiges ist hier allerdings reglementiert und ich kann manches vom Design her nicht so umsetzen, wie ich es gerne wollte (z.B. Zeilenabstände oder Umlaute), aber es ist auf jeden Fall eine gute Lösung für mathematische Abhandlungen, und ich hoffe, dass du über manche Formatierung, die dir nicht so passt, drüber hinwegsehen kannst.

Copyright

Ich habe die Abituraufgaben der letzten Jahrgänge verwendet und mir darüber hinaus eigene Aufgaben ausgedacht. Sollten Sie wider Erwarten doch annehmen müssen, dass ich, ohne es zu wollen, Ihre Aufgabe verwendet habe oder anderweitig gegen ein Copyright verstoße, dann melden Sie sich bitte, damit wir dies umgehend aus der Welt schaffen können: nachhilfe@mathsparks.de. Vielen Dank dafür.

Danksagung

Mein erster Dank geht an meine Schwägerin Stefanie Iwanek, die mir so ein tolles Buchcover designt hat - ich danke dir! Außerdem an meine Schwester Maren Schulz, die sich immer wieder meine Statusberichte angehört hat, "mathematische Tipps" zur Gestaltung hatte sowie mir die tolle Sinusuhr erstellt hat, ebenso wie auch der Rest meiner Familie. Zudem danke ich Elke Kranz (auch Mathenachhilfelehrerin) und Michael Schulz (Schwager), die unermüdlich die großen „mathematischen“ Teile des Buches durchgelesen und korrigiert haben, sowie Michael Bergmann (von Textnotdienst.de), der die Buchtexte lektoriert und korrigiert hat, dabei den mir wichtigen, ganz eigenen und verständlichen Schreibstil aber unverändert gelassen hat. Last but not least vielen Dank all den Probelesern, die das Buch in verschiedenen Stadien des Entstehungsprozesses testweise gelesen und angewendet haben.

2. Auflage

Für die 2. Auflage fand eine komplette Überarbeitung des Buches statt. Ich habe z.B. überall das Minus vor den Bruch geschrieben und manchmal stand da z.B. f statt $f(x)$ oder die Grenzen beim Integral

waren vertauscht. Manche Wörter wurden durch besser verständliche ersetzt und an verschiedenen Stellen noch etwas mehr Erklärung geschrieben. Auf Wunsch einiger Schüler habe ich noch den Erwartungswert μ mit reingenommen - danke hier für Eure Rückmeldungen.

Und dann hat sich auch ab und an der Fehlerteufel eingeschlichen - z.B. wurde der falsche Punkt in eine Ebene eingesetzt oder ich habe mich schlicht verrechnet. Das alles ist jetzt korrigiert. An dieser Stelle danke an alle aufmerksamen Leser und Rechner.

Wenn du denkst: Das Thema sollte unbedingt in einer 3. Auflage mit aufgenommen werden oder doch noch einen Fehler entdeckst, dann schreibe mir. Ich freue mich sehr über dein Feedback.

3. Auflage

Für die 3. Auflage hab ich noch den ein oder anderen Rechenfehler korrigiert - danke hier an die aufmerksamen Schüler.

Ausserdem habe ich noch ein zweites Mathematikbuch zu den Grundlagen geschrieben (es sind sogar Band 1&2, da es zuviele Themen waren). Deswegen habe ich mich entschieden, sowohl den Titel, als auch das Cover an das andere Buch anzupassen.

Auch ist dieses Buch nicht nur für den Pflichtteil, sondern deckt eben alle Themen ab, die du für dein Mathematikabitur benötigst. Somit wurde aus "Mathematikabitur - Sicher durch den Pflichtteil" der neue Titel "MathEasy So schaffst du es Schritt für Schritt zum Mathematikabitur".

Das Cover hat mir Eva Peters gestaltet - vielen herzlichen Dank dafür und auch für die gute Zusammenarbeit.

Sie verbindet Kreativität mit Analytischem Denken. Die Diplom-Statistikerin arbeitet seit 2017 als Beraterin im Online-Business und als freie Künstlerin. (Webseite: www.onlinekurse-kompass.de)

Ableitungen

Die Ableitungen sind wichtige Grundlagen für den Bereich der Analysis. Du kannst sie mit den Vokabeln einer Sprache vergleichen. Wenn du diese nicht beherrschst, kannst du dich nicht ausdrücken. Genau so ist es auch mit den Ableitungen. Wenn du eine Funktion nicht ableiten kannst, kannst du sie auch nicht diskutieren.

Grundlagen

Die erste Ableitung $f'(x)$ ist die Steigung der Funktion $f(x)$ und wird auch mit m bezeichnet. Auch wird in den Büchern/Aufgaben von der momentanen Änderungsrate oder der Steigung der Tangente gesprochen. Damit kannst du ausrechnen, wie die Steigung generell oder an einem bestimmten Punkt einer Funktion ist. Zudem kannst du die Extrempunkte bestimmen.

Die zweite Ableitung $f''(x)$ ist das Krümmungsverhalten einer Funktion $f(x)$. Damit kannst du ausrechnen, ob eine Funktion rechts- oder linksgekrümmt ist. Zudem kannst du die Wendepunkte bestimmen.

Da wir drei verschiedene Funktionsklassen haben, musst du dir auch meistens drei "Regeln" merken.

- Ganzrationale Funktionen - Merkmal: x in der Basis, z.B. x^5
- Exponentialfunktionen - Merkmal: e als Basis und/oder x als Hochzahl, z.B. e^{2x} oder 2^x
- Trigonometrische Funktionen - Merkmal: enthält sinus oder cosinus, z.B. $\sin(5x)$

Potenzregel

Ganzrationale Funktion

Diese wendest du an, wenn du ein x in der Basis und eine Hochzahl hast.

- Hochzahl nach vorne holen
- Basis abschreiben
- Hochzahl eins weniger

Allgemein ganzrationale Funktion

$$f(x) = x^p$$

$$f'(x) = p \cdot x^{p-1}$$

Beispiel ganzrationale Funktion

$$f(x) = x^5$$

$$f'(x) = 5 \cdot x^4$$

- die 5 nach vorne holen/schreiben
- x abschreiben
- Hochzahl eins weniger $5 - 1 = 4$

Exponentialfunktion

Die Ausnahme bildet die Exponentialfunktion (e als Basis und/oder x als Hochzahl).

Du kannst diese auch als Kettenregel "auffassen", aber ich finde es so irgendwie einfacher zu merken.

- Hochzahl ableiten
- Ableitung nach vorne holen
- e abschreiben
- Hochzahl abschreiben - bleibt gleich

Allgemein Exponentialfunktion

$$f(x) = e^{ax}$$

$$f'(x) = a \cdot e^{ax}$$

Beispiel Exponentialfunktion

$$f(x) = e^{3x}$$

$$f'(x) = 3 \cdot e^{3x}$$

- Die Ableitung der Hochzahl nach vorne holen/schreiben - hier 3
- e abschreiben
- Hochzahl bleibt erhalten

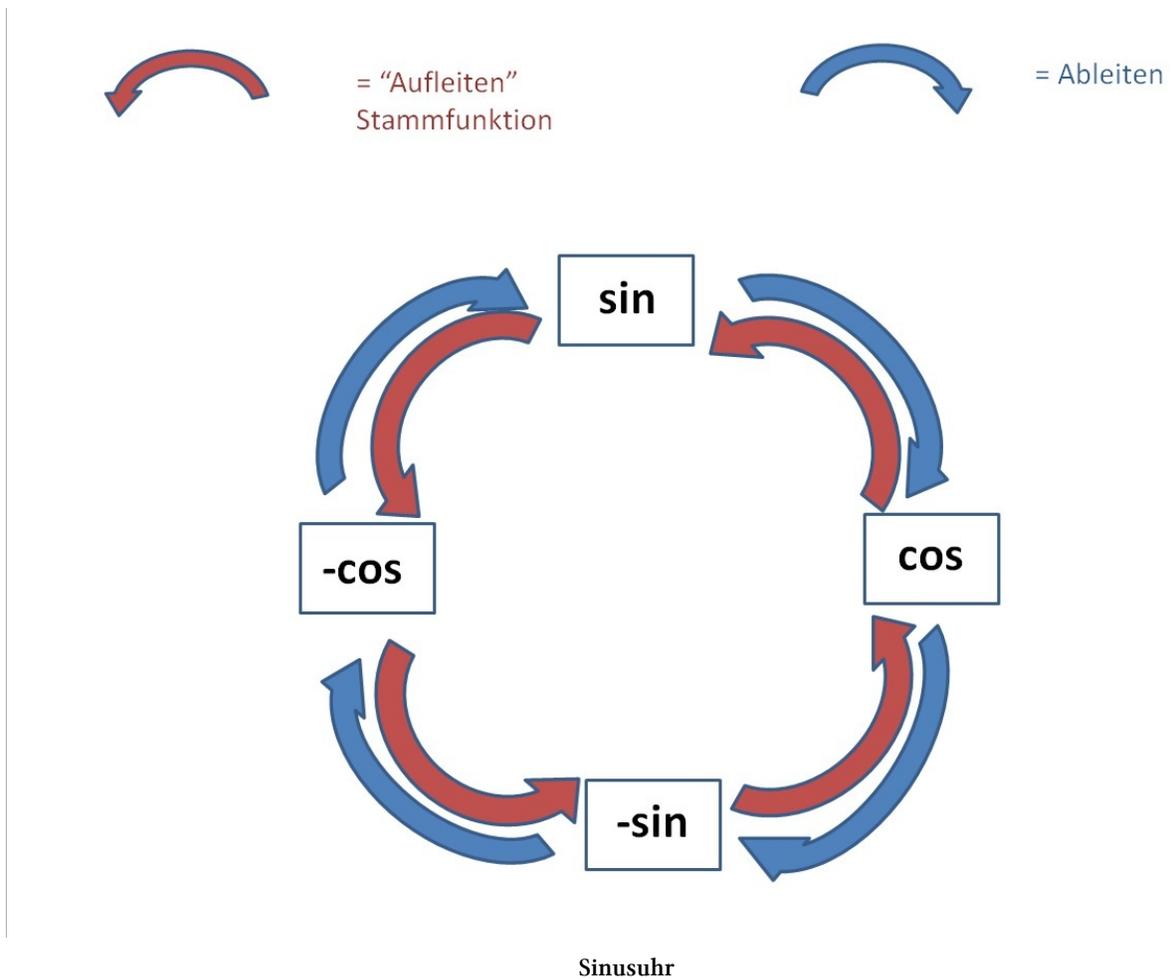
Trigonometrische Funktion

Merkmal dieser Funktion sind der Sinus (sin) oder der Cosinus (cos), z.B. $\cos(7x)$

Allgemein Trigonometrische Funktion

- $\sin(x)$ wird abgeleitet zu $\cos(x)$
- $\cos(x)$ wird abgeleitet zu $-\sin(x)$
- $-\sin(x)$ wird abgeleitet zu $-\cos(x)$
- $-\cos(x)$ wird abgeleitet zu $\sin(x)$

Dies kannst du dir über die "Sinusuhr" merken:



Beispiel trigonometrische Funktion

$$f(x) = \sin(x)$$

$$f'(x) = \cos(x)$$



Übungen

Bilde die erste Ableitung:

1.

$$f(x) = x^{10}$$

2.

$$f(x) = \cos(x)$$

3.

$$f(x) = e^{5x}$$

4.

$$f(x) = x^{-3}$$

5.

$$f(x) = \frac{1}{x^5}$$

6.

$$f(x) = \sqrt{x}$$

7.

$$f(x) = 10$$

Die Lösungen findest du auf der nächsten Seite.

Lösungen:

1.

$$f(x) = x^{10}$$

$$f'(x) = 10 \cdot x^9$$

2.

$$f(x) = \cos(x)$$

$$f'(x) = -\sin(x)$$

3.

$$f(x) = e^{5x}$$

$$f'(x) = 5 \cdot e^{5x}$$

4.

$$f(x) = x^{-3}$$

$$f'(x) = -3 \cdot x^{-4}$$

5.

$$f(x) = \frac{1}{x^5}$$

umschreiben zu

$$f(x) = x^{-5}$$

$$f'(x) = -5 \cdot x^{-6}$$

und wieder in einen Bruch zurückschreiben

$$f'(x) = -\frac{5}{x^6}$$

6.

$$f(x) = \sqrt{x}$$

umschreiben zu

$$f(x) = x^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}}$$

und wieder als Wurzel zurück schreiben

$$f'(x) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$$

7.

$$f(x) = 10$$

$$f'(x) = 0$$



Tipps&Tricks

- Zahlen/Konstanten werden immer zu einer Null abgeleitet.
- Brüche mit x im Nenner werden immer zu einem x als Basis mit der gleichen negativen Hochzahl umgeschrieben bevor sie abgeleitet werden.
- Ich empfehle dir die Ableitung zu $f(x) = \sqrt{x}$ auswendig zu lernen, da sie sehr oft vorkommt. $f'(x) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$

Faktorregel

Diese wendest du an, wenn du vor der Basis noch einen Faktor oder eine Konstante und

- eine Hochzahl
- e in der Basis und x in der Basis oder der Hochzahl
- sinus oder cosinus in der Basis hast

Allgemein ganzrationale Funktion

$$f(x) = c \cdot x^p$$

$$f'(x) = c \cdot p \cdot x^{p-1}$$

- Hochzahl nach vorne holen
- mit der Konstanten, wenn möglich verrechnen
- Basis abschreiben
- Hochzahl eins weniger

Beispiel ganzrationale Funktion

$$f(x) = 3 \cdot x^6$$

$$f'(x) = 3 \cdot 6 \cdot x^5 = 18 \cdot x^5$$

- die 3 nach vorne holen/schreiben
- mit der 6 verrechnen ergibt 18
- x abschreiben
- Hochzahl eins weniger $6 - 1 = 5$

Allgemein Exponentialfunktion

$$f(x) = c \cdot e^{ax}$$

$$f'(x) = c \cdot a \cdot e^{ax}$$

- Hochzahl ableiten
- Ableitung nach vorne holen
- mit der Konstanten, wenn möglich, verrechnen
- e abschreiben
- Hochzahl abschreiben - bleibt gleich

Beispiel Exponentialfunktion

$$f(x) = 8 \cdot e^{2x}$$

$$f'(x) = 8 \cdot 2 \cdot e^{2x} = 16 \cdot e^{2x}$$

- Die Ableitung der Hochzahl nach vorne holen/schreiben - hier 2
- mit der 8 verrechnen ergibt 16
- e abschreiben
- Hochzahl bleibt erhalten

Allgemein trigonometrische Funktion

- Die Konstante bleibt stehen/bleibt erhalten z.B. $f(x) = 5\sin(x)$, dann ist $f'(x) = 5\cos(x)$
- $\sin(x)$ wird abgeleitet zu $\cos(x)$
- $\cos(x)$ wird abgeleitet zu $-\sin(x)$
- $-\sin(x)$ wird abgeleitet zu $-\cos(x)$
- $-\cos(x)$ wird abgeleitet zu $\sin(x)$

Beispiel trigonometrische Funktion

$$f(x) = 4 \cdot \cos(x)$$

$$f'(x) = 4 \cdot (-\sin(x)) = -4\sin(x)$$

- die 4 bleibt stehen
- $\cos(x)$ wird zu $-\sin(x)$
- du kannst das Minus aus "kosmetischen Gründen" vor die 4 ziehen



Übungen

Bilde die erste Ableitung:

1.

$$f(x) = -3x^{11}$$

2.

$$f(x) = -5\sin(x)$$

3.

$$f(x) = -8x^{-3}$$

4.

$$f(x) = 10e^{5x}$$

5.

$$f(x) = \frac{5x^2}{a}$$

Die Lösungen findest du auf der nächsten Seite.

Lösungen:

1.

$$f(x) = -3x^{11}$$

$$f'(x) = -33 \cdot x^{10}$$

2.

$$f(x) = -5\sin(x)$$

$$f'(x) = -5\cos(x)$$

3.

$$f(x) = -8x^{-3}$$

$$f'(x) = (-8) \cdot -3x^{-4} = 24x^{-4}$$

4.

$$f(x) = 10e^{5x}$$

$$f'(x) = 50e^{5x}$$

5.

$$f(x) = \frac{5x^2}{a}$$

$$f'(x) = \frac{10x}{a}$$

Beachte a ist eine Konstante und bleibt erhalten!

Summenregel

Diese wendest du an, wenn du zwischen den einzelnen Teilfunktionen ("Elementen") ein Plus oder Minus stehen hast. Du leitest dann jede Teilfunktion ("Element") einzeln nach der Potenz- und Faktorregel ab.

Allgemein

$$f(x) = x^p + x^q - x^s$$

$$f'(x) = p \cdot x^{p-1} + q \cdot x^{q-1} - s \cdot x^{s-1}$$

$$h(x) = f(x) + g(x) - i(x)$$

$$h'(x) = f'(x) + g'(x) - i'(x)$$

Beispiel

$$f(x) = 4x^5 + 3\cos(x) - 3e^{2x}$$

$$f'(x) = 20x^4 - 3\sin(x) - 6e^{2x}$$

- du leitest die einzelnen Elemente der Reihe nach ab und hängst sie wieder aneinander
- $4x^5$ wird abgeleitet nach der Faktorregel zu $20x^4$
- $3\cos(x)$ wird abgeleitet nach der Faktorregel zu $-3\sin(x)$
- $-3e^{2x}$ wird abgeleitet nach der Faktorregel zu $-6e^{2x}$



Übungen

Bilde die erste Ableitung:

1.

$$f(x) = 5x^4 - 3x^{-3}$$

2.

$$f(x) = 8x + 3 - \sin(x)$$

3.

$$f(x) = x + \sqrt{x} + e^x$$

4.

$$f(x) = bx^2 + a$$

5.

$$f(x) = \ln(x) - \cos(x) + 3e^{10x}$$

Die Lösungen findest du auf der nächsten Seite.

Lösungen:

1.

$$f(x) = 5x^4 - 3x^{-3}$$

$$f'(x) = 20x^3 + 9x^{-4}$$

2.

$$f(x) = 8x + 3 - \sin(x)$$

$$f'(x) = 8 - \cos(x)$$

3.

$$f(x) = x + \sqrt{x} + e^x$$

$$f'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} + e^x$$

4.

$$f(x) = bx^2 + a$$

$$f'(x) = 2bx$$

5.

$$f(x) = \ln(x) - \cos(x) + 3e^{10x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{x} + \sin(x) + 30e^{10x}$$



Tipps&Tricks

- x wird zu einer "1" abgeleitet - es fällt NICHT weg
- Konstanten mit MAL bleiben erhalten; Konstanten mit PLUS oder MINUS fallen weg
- Sonderfall $\ln(x)$ wird zu $\frac{1}{x}$ abgeleitet - würde ich auswendig lernen

Produktregel

Diese wendest du an, wenn zwischen zwei Teilfunktionen, die x enthalten (zwischen 2 "Elementen"), ein Malzeichen steht - zum Beispiel bei $x \cdot e^x$. Manchmal steht das Malzeichen nicht da und du musst

es dir denken.

Allgemein gesagt musst du sie immer anwenden, wenn Teilfunktionen (“Elemente”) verschiedener Funktionsklassen nebeneinander stehen (ohne plus und minus).

Allgemein

$$f(x) = u(x) \cdot v(x)$$

$$f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$$

- erstes Element ableiten und zweites stehen lassen
- plus schreiben
- erstes Element stehen lassen und zweites ableiten
- ableiten nach der Potenz- und Faktorregel

Beispiel

$$f(x) = (4x - 2) \cdot \sin(x)$$

$$f'(x) = 4 \cdot \sin(x) + (4x - 2) \cdot \cos(x)$$

- $4x - 2$ zu 4 ableiten MAL $\sin(x)$ (stehen lassen)
- plus
- $(4x - 2)$ (stehen lassen) MAL $\sin(x)$ zu $\cos(x)$ ableiten



Übungen

Bilde die erste Ableitung:

1.

$$f(x) = 6\sin(x) \cdot 5e^{6x}$$

2.

$$f(x) = \frac{1}{x} \cdot \cos(x)$$

3.

$$f(x) = e^{4x} \cdot 5x^3$$

4.

$$f(x) = \ln(x) \cdot \frac{1}{x}$$

5.

$$f(x) = 3\cos(x) \cdot 4\sin(x)$$

Die Lösungen findest du auf der nächsten Seite.

Lösungen:

1.

$$f(x) = 6\sin(x) \cdot 5e^{6x}$$

$$f'(x) = 6\cos(x) \cdot 5e^{6x} + 6\sin(x) \cdot 30e^{6x}$$

2.

$$f(x) = \frac{1}{x} \cdot \cos(x) = x^{-1} \cdot \cos(x)$$

$$f'(x) = -1x^{-2} \cdot \cos(x) + x^{-1} \cdot (-\sin(x)) = -\frac{1}{x^2} \cdot \cos(x) - \frac{1}{x} \cdot \sin(x)$$

Umschreiben nicht vergessen und das Minus vor dem Sinus kann man vorziehen.

3.

$$f(x) = e^{4x} \cdot 5x^3$$

$$f'(x) = 4e^{4x} \cdot 5x^3 + e^{4x} \cdot 15x^2$$

4.

$$f(x) = \ln(x) \cdot \frac{1}{x} = \ln(x) \cdot x^{-1}$$

$$f'(x) = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x} + \ln(x) \cdot -1x^{-2} = \frac{1}{x^2} + \ln(x) \cdot -\frac{1}{x^2}$$

5.

$$f(x) = 3\cos(x) \cdot 4\sin(x)$$

$$f'(x) = -3\sin(x) \cdot 4\sin(x) + 3\cos(x) \cdot 4\cos(x) = -12\sin(x)^2 + 12\cos(x)^2$$

Quotientenregel

In Baden-Württemberg ist diese nicht mehr Teil des Lehrplans. Diese wendest du an, wenn du einen Bruch hast, in dem ein x im Nenner und im Zähler auftaucht.

Du kannst entweder die Quotientenregel trotzdem lernen oder du schreibst es dir in ein Produkt um und leitest es nach der Produktregel ab.

Allgemein

$$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$$

$$f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{v(x)^2}$$

- erstes Element ableiten und zweites stehen lassen
- minus schreiben
- erstes Element stehen lassen und zweites ableiten
- durch/Bruchstrich Nenner im Quadrat/hoch 2
- ableiten nach der Potenz- und Faktorregel

Bestellmöglichkeiten

Hat dir mein Buch bis hierhin gefallen und weitergebracht?

Dann kannst du dir das vollständige Buch bei Amazon bestellen. Gib einfach meinen Namen - Meike Iwanek - ein und du findest mein Buch als ebook oder auch als Taschenbuch. Hier der direkte Link: [Amazon¹](#)

Wenn du Fragen hast, melde dich gerne!

Meike Iwanek

Mathsparks²

nachhilfe@mathsparks.de

Ich wünsche dir viel Erfolg für dein Abi und freue mich, von dir zu hören :)

¹<https://amzn.to/2UpmpIW>

²<https://www.mathsparks.de>